Exercice 1

Dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ le mouvement d'un mobile M est définit par les équations horaires :

$$x = t^3 - 3t \quad ; \quad y = -3t^2 \quad ; \quad z = t^3 + 3t$$

1. Calculer les coordonnées à la date t, du vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ et celles du vecteur accélération $\overrightarrow{a}$ du mobile M.
2. Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{v}$ et montrer que ce vecteur fait un angle constant avec l'axe Oz

Exercice 2

Un mobile se déplace dans le plan à partir de la date $t = 1s$. Les équation horaire de ce mobile sont :

$$x = lnt \quad ; \quad y = t + \frac{1}{t}$$

1. Écrire l'équation de la trajectoire faite par le mobile
2. Calculer les valeurs algébriques de la vitesse et de l'accélération au temps t

Exercice 3

Soit, un mobile M se déplaçant dans le plan (Oxy). À la date t, les coordonnées du mobile sont données par les équations horaires :

$$x = \sqrt{2}cos\frac{t}{2} \quad ; \quad y = 2\sqrt{2}sin\frac{t}{2}$$

1. Déterminer l'équation de la trajectoire décrite par le mobile
2. Calculer les coordonnées à la date t du vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ et du vecteur accélération $\overrightarrow{a}$ de ce mobile
3. Au bout de combien de temps le mobile repasse-il par une même position sur sa trajectoire ?
4. Déterminer les positions du mobile et les coordonnées de $\overrightarrow{v}$ pour avoir un vecteur accélération de longueur $\frac{\sqrt{5}}{4}$

Exercice 4

Une mouche considérée comme un point matériel M décrit une hélice circulaire d'axe Oz. Ses équations horaires sont :

$$x = Rcos\theta \quad ; \quad y = Rsin\theta \quad z = h\theta$$

R est le rayon du cylindre de révolution sur lequel est tracé l'hélice, h est une constante, θ l'angle que fait avec l'axe Ox la projection OM' de OM sur Oxy

1. Donner en coordonnées cylindriques les expressions de la vitesse et de l'accélération.
2. Montrer que le vecteur vitesse fait avec le plan Oxy un angle constant.
3. Montrer que le mouvement de rotation est uniforme, que le vecteur accélération passe par l'axe du cylindre et est parallèle au plan Oxy. Calculer le rayon de courbure.

Exercice 5

Un satellite assimilé à un point matériel M, se déplace sur une surface de la terre (considérée comme une sphère) de rayon R. Ses deux coordonnées sphériques sont :

$$\theta = (\overrightarrow{Oz}, \overrightarrow{OM}) = \frac{\pi}{6}rad \quad ; \quad \phi = \omega t^2$$

ω est constante positive.

1. Partant de l'expression du vecteur position en coordonnées sphériques :
   a Trouver la vitesse et l'accélération de ce mobile dans la base $(\overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta, \overrightarrow{u}_\phi)$,

b Calculer les modules de la vitesse et de l'accélération,

c En déduire l'accélération normale.

2. Partant cette fois de l'expression du vecteur position en coordonnées cartésiennes :

   a Trouver la vitesse et l'accélération dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ puis calculer de nouveau leurs modules en vérifiant s'ils sont en accord avec les résultats retrouvés à la question $1/b$,

3. Quelle est la trajectoire du satellite (point M) ?

4. Quelle est la nature du mouvement du point M ?

Exercice 6

Le plan est rapporté à un repère orthonormé Oxy d'origine O et de base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$. Les coordonnées x et y d'un point M mobile dans le plan (Oxy) varient avec le temps suivant la loi :

$$x = 2cos\frac{t}{2} \quad ; \quad y = 2sin\frac{t}{2}$$

1. Déterminer la nature de la trajectoire

2. Déterminer les composantes du vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$

3. Déterminer l'expression de la vitesse ds/dt, ainsi que celle de l'abscisse curviligne s du mobile M à l'instant t, en tenant compte des conditions initiales : $s = 0$ à $t = 0$

4. Déterminer les composantes normale et tangentielle de l'accélération dans un repère de *Frenet*

5. La trajectoire reste la même, mais maintenant le point M subit une accélération angulaire :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta} = 0.2t$$

6. À quelle date le point M atteindra-t-il une vitesse de $10ms^{-1}$,sachant qu'il est parti du repos. Quelle distance le mobile a-t-il alors parcourue ?